Л. Ю. Низамиева

Казань, NizamievaLU@yandex.ru

НАХОЖДЕНИЕ АКЦЕССОРНЫХ ПАРАМЕТРОВ В ИНТЕГРАЛЕ КРИСТОФФЕЛЯ – ШВАРЦА МЕТОДОМ ДВИЖУЩЕГОСЯ РАЗРЕЗА

В [1] был предложен метод нахождения акцессорных параметров в интеграле Кристоффеля – Шварца, основанный на параметрическом методе в теории однолистных функций (уравнении Левнера).

Мы предлагаем несколько иной подход, идейно близкий к описанному в [1], в основе которого лежит использование краевых задач Гильберта с кусочно-постоянными коэффициентами и вариаций их решений. Для этого рассматривается вспомогательная задача нахождения семейства конформных отображений верхней полуплоскости на плоскость с разрезом по ломаной, состоящей из луча и части границы заданного многоугольника $P_1P_2\dots P_n$. Конец разреза движется по контуру многоугольника от первой вершины P_1 до последней P_n, луч имеет вершиной точку P_1 и направлен в сторону вершины P_n. Предполагается, что сторона P_1P_n выбрана таким образом, что луч пересекает границу многоугольника только по этой стороне.

Функция, отображающая верхнюю полуплоскость на плоскость с разрезом по ломаной, в случае, когда конец разреза лежит на k-м звене ломаной, представима в виде интеграла Кристоффеля – Шварца.

$$z(\zeta) = C\int\limits_{t_1}^{\zeta}(\omega - t_{k+1})\prod_{j=1}^{k}\left(\frac{\omega - t_j}{\omega - t_{2k+2-j}}\right)^{\alpha_j - 1}d\omega + z_1, \qquad (1)$$

где $\alpha_j\pi$ — внутренние углы многоугольника, z_1 — аффикс точки P_1.

Варьируем длину разреза. Значения t_1 и t_2 считаем фиксированными: $t_1 = -1$, $t_2 = 1$. В результате получим, что вариация δz отображающей функции (1) может быть найдена как решение вполне определенной краевой задачи Гильберта. Используя (1) и равенство $\delta\frac{dz}{d\zeta} = \frac{d(\delta z)}{d\zeta}$, получаем систему дифференциальных уравнений для нахождения параметров t_j и C:

$$\frac{\delta t_j}{\delta\tau} = \frac{1-t_j^2}{t_j - t_{k+1}}, \quad 3 \leqslant j \leqslant 2k+1, \quad j \neq k+1,$$

$$\frac{\delta t_{k+1}}{\delta\tau} = -\alpha_1 - \alpha_2 - (t_{k+1}^2 - 1)\sum_{j=3}^{k}\frac{\alpha_j - 1}{t_{k+1} - t_j} + \\ + (t_{k+1}^2 - 1)\sum_{j=1}^{k}\frac{\alpha_j - 1}{t_{k+1} - t_{2k+2-j}},$$

$$\frac{1}{C}\frac{\delta C}{\delta\tau} = \frac{2\alpha_1}{1+t_{k+1}} - \frac{1}{(1+t_{k+1})}\frac{\delta t_{k+1}}{\delta\tau} + \\ + \sum_{j=3}^{k}\frac{1-\alpha_j}{1+t_j}\frac{\delta t_j}{\delta\tau} - \sum_{j=1}^{k}\frac{1-\alpha_j}{1+t_{2k+2-j}}\frac{\delta t_{2k+2-j}}{\delta\tau}.$$

Когда конец разреза доходит до вершины P_{k+1}, осуществляется переход к новой системе, соответствующей случаю, когда конец разреза движется по $(k+1)$-й стороне. При этом в качестве начальных условий для новых параметров t_j используются значения, которые соответствуют финальному значению параметров, полученных на k-м этапе, их количество увеличивается на 2. Когда на $(n-1)$-м этапе конец разреза стремится к вершине P_n, значения параметров t_j стремятся к искомым акцессорным параметрам.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 08-01-00381 и 09-01-97008-р_поволжье).

ЛИТЕРАТУРА

1. Александров И. А. *Параметрические продолжения в теории однолистных функций.* – М.: Наука, 1976. – 344 с.

Т. В. Никоненкова

Казань, nikaatv@rambler.ru

РЕШЕНИЕ ОДНОЙ n-ФАЗНОЙ ЗАДАЧИ $\mathbb{R}$-ЛИНЕЙНОГО СОПРЯЖЕНИЯ

Дано обобщение работ [1] и [2] на случай, когда комплексная плоскость состоит из n частей S_k, отделенных друг от друга $n-1$ ветвями софокусных гипербол $\mathcal{L}_k$, асимптоты к которым составляют углы $\pm\pi\alpha_k$ с вещественной осью. Требуется построить функцию

$$v(z)=v_k(z)=v_{kx}(x,y)-iv_{ky}(x,y)\in\mathcal{H}(S_k)\cap C(\overline{S}_k/\{\infty\}),\ k=\overline{1,n},$$

по краевому условию

$$v_k(t)=A_kv_{k+1}(t)-B_k[t'(s)]^{-2}\overline{v_{k+1}(t)},\ t\in\mathcal{L}_k,\ k=\overline{1,n-1},\quad (1)$$

с постоянными вещественными коэффициентами A_k, B_k и условию на бесконечности

$$|v(z)|=o(|z|)\quad \text{при}\quad |z|\gg 1.\quad (2)$$